



<http://obfin.ru/meta.html>

## Содержание

<b>1 Системы линейных алгебраических уравнений</b>	<b>1</b>
1.1 Методы решения СЛАУ . . . . .	1
<b>2 Прямая на плоскости в в пространстве</b>	<b>1</b>
<b>Ответы на упражнения</b>	<b>3</b>
<b>Предметный указатель</b>	<b>3</b>

# 1 Системы линейных алгебраических уравнений

Система линейных уравнений выглядит примерно так:

$$\begin{cases} y - 2x - z = -3 \\ 3x - y + 4z = 13 \\ 2y + x + 5z = 20. \end{cases}$$

Для удобства восприятия удобно её записывать в «отформатированном виде»:

*Пример 1.* Вот красиво записанная система уравнений.

$$\begin{cases} -2 \cdot x + y - z = -3 \\ 3 \cdot x - y + 4 \cdot z = 13 \\ x + 2 \cdot y + 5 \cdot z = 20. \end{cases}$$

*Решением системы уравнений* называются такие числа, которые после подстановки превращают все уравнения в верные равенства.

*Пример 2.* Числа  $(1; 2; 3)$  т.е.  $x=1, y=2, z=3$  есть решение системы из примера 1. Действительно, после подстановки

$$\begin{cases} -2 \cdot 1 + 2 - 3 = -3 \\ 3 \cdot 1 - 2 + 4 \cdot 3 = 13 \\ 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 20 \end{cases}$$

и вычислений получим верные равенства.

## 1.1 Методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Основной метод решения — *метод исключения неизвестных*. Его суть в многократном применении заклинания

Выразить одну неизвестную из одного уравнения и подставить в остальные уравнения.

*Пример 3.* Решим систему из примера 1 (стр. 1). Сначала выразим  $y$  из первого уравнения

$$y = -3 + 2 \cdot x + z$$

и подставим во второе:

$$\begin{aligned} 3 \cdot x - (-3 + 2 \cdot x + z) + 4 \cdot z &= 13 \\ 3 \cdot x + 3 - 2 \cdot x - z + 4 \cdot z &= 13 \\ x + 3 \cdot z &= 10 \end{aligned}$$

и третье

$$\begin{aligned} x + 2 \cdot (-3 + 2 \cdot x + z) + 5 \cdot z &= 20 \\ x - 6 + 4 \cdot x + 2 \cdot z + 5 \cdot z &= 20 \\ 5 \cdot x + 7 \cdot z &= 26. \end{aligned}$$

В результате получим систему с меньшим числом неизвестных

$$\begin{cases} x + 3 \cdot z = 10 \\ 5 \cdot x + 7 \cdot z = 26 \end{cases} \quad (1)$$

и формулу для нахождения «выраженной» неизвестной

$$y = -3 + 2 \cdot x + z. \quad (2)$$

Теперь применим метод исключения неизвестных к системе (1). Выразим  $x$  из первого уравнения

$$x = 10 - 3 \cdot z$$

и подставим в оставшееся уравнение:

$$\begin{aligned} 5 \cdot (10 - 3 \cdot z) + 7 \cdot z &= 26 \\ 50 - 15 \cdot z + 7 \cdot z &= 26 \\ -8 \cdot z &= -24 \end{aligned}$$

и в формулу (2) для «выраженной» неизвестной

$$y = -3 + 2 \cdot (10 - 3 \cdot z) + z = -3 + 20 - 6 \cdot z + z = 17 - 5 \cdot z.$$

Получилась совсем простая система из одного уравнения с одной неизвестной

$$\{-8 \cdot z = -24$$

и две формулы для нахождения двух исключенных неизвестных

$$\begin{aligned} y &= 17 - 5 \cdot z \\ x &= 10 - 3 \cdot z. \end{aligned}$$

Осталось «выразить» значение  $z=3$  и, «подставив» в формулы для нахождения  $x$  и  $y$ , найти значения  $y=2$  и  $x=1$ .

## 2 Прямая на плоскости в в пространстве

В природе существует множество разнообразных уравнений прямой, но наиболее полезно из них так называемое *параметрическое уравнение прямой*

Оно похоже на подпрограмму симулирующую полет самолетка в компьютерной игрушке — на вход подаем время — на выходе получаем координаты самолетка в этот момент времени.

Для написания уравнения конкретной прямой надо знать две вещи — какую-нибудь точку на прямой (точнее, координаты точки) и какой-нибудь вектор параллельный прямой (точнее, координаты вектора).

и

$$\begin{cases} x = 6 + 1 \cdot \beta \\ y = 2 + 2 \cdot \beta \end{cases}$$

и соединим их в одну систему:

$$\begin{cases} x = 1 + 3 \cdot \alpha \\ y = 2 + 1 \cdot \alpha \\ x = 6 + 1 \cdot \beta \\ y = 2 + 2 \cdot \beta. \end{cases}$$

Решив её, получим  $x = 7, y = 4, \alpha = 2, \beta = 1$ .

Таким образом, точка пересечения прямых —  $(7; 4)$ . Если представлять эти прямые как траектории автомобильчиков, то мы также узнали, что первый автомобильчик был в этой точке в момент времени 2 а второй в момент времени 1.

*Упражнение 2.* Первая прямая проходит через точки  $(9; -1; 10)$  и  $(11; 0; 12)$ . Вторая прямая проходит через точки  $(3; -4; 9)$  и  $(3; -4; 10)$ . Найдите точку пересечения этих прямых.

## Ответы на упражнения

Упр. 1. Ответ:

$$\begin{cases} x = 1 + 3 \cdot t \\ y = 2 + 4 \cdot t \end{cases}$$

Упр. 2. Ответ:  $(3; -4; 4)$ . Для решения следует найти уравнения прямых так, как это сделано в примере 5 (стр. 2). Затем найти точку пересечения как в примере 7

## Предметный указатель

метод исключения неизвестных, 1

система линейных алгебраических уравнений

    пример, 1

    решение, 1